۵۱-گزینه ۳ صحیح است.

صدک ۵ یعنی داده ای که ۵ درصد از نمونه کوچکتر ازآن و ۹۵درصد ازآن بزرگتر است یعنی اگر m صدک پنجم باشد

$$p(x \le m) = 0/05, p(x \ge m) = 0/95$$

حال کوچکترین داده برابر است با ۱ پس

$$p(x \le 1) = \frac{1}{10}, p(x \ge 1) = \frac{9}{10}$$

پس عددی وجود ندارد که $p(x \le m) = 0/05$ پس طبق قراردادکوچکترین داده را برابر صدک پنجم قرارمی‌دهیم یعنی در واقع برای صدک تا $0/1$عدد۱ صدک است.

۵۲-گزینه ۱ صحیح است.

۵۳-گزینه ۳ صحیح است.

می دانیم که تعدادحالت‌های چیدن nفرد دور یک میزگرد برابر $(n-1)!$است.دلیل اینکه $(n-1)!$این است که اولین نفر را برای فیکس کردن میز کم می کنیم پس برای mفرد دیگر میز فیکس شده است پس تعداد حالات m نفربرابر $m!$است پس حاصل کل برابر است با

$$\text{تعداد حالات} = m!(n-1)!$$

۵۴-گزینه ۳ صحیح است.

فرض کنیم $a_i$نشانه خارج شدن نفر اول در طبقه iام و $b_j$ نشانه خارج شدن نفر دوم درطبقه jام باشد. بنابراین داریم:

$$s = \{a_2b_2, a_2b_3, a_2b_4, a_3b_2, a_3b_3, a_3b_4, a_4b_2, a_4b_3, a_4b_4\}$$

$$A = \{a_2b_3, a_2b_4, a_3b_2, a_3b_4, a_4b_2, a_4b_3\}$$

$$p(A) = \left\{\frac{n(A)}{n(s)}\right\} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

۵۵-گزینه ۱ صحیح است.

از آنجایی که$p(A \cap B) \ge 0$ پس

$$P(A \cup B) = P(B) + P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) \ge P(A) + P(B) \Rightarrow P(A \cup B) \ge \text{Max}\{p(A), P(B)\}$$

رابطه گزینه۳صحیح است

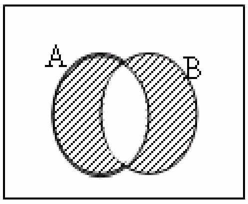
نامساوی بن فرونی: $P(A \cap B) \ge P(A) + P(B) - 1$

پس گزینه ٤ صحیح است

گزینه ۲نیز نتیجه نامساوی بن فرونی است:

$$P(A\Delta B)=P(B-A)+P(A-B)$$

ناحیه هاشور زده احتمال $P(A\Delta B)$ است.




اگر A و B ناسازگار باشند $P(A\Delta B)=P(A)+P(B)$ وچون $(A\cap B)\neq\varnothing$ پس $P(A\Delta B)$ همواره از $P(A)+P(B)$ کوچکتر است.پس گزینه ۱ غلط است.

۵٦-گزینه ٤ صحیح است.

$xy: 0,1,2,3,4,5,6$

$p(xy=0)=p(\text{تاس هر عددي}\ldots)=p(\text{سکه شیر})\,p(\text{تاس هر عددي بیاید})=\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{2}$

$p(xy=1)=p(\text{تاس۱وسکه خط})=p(\text{سکه خط})\,p(\text{تاس ۱ بیاید})=\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$

- 
- 

$p(xy=6)=p(\text{تاس٦وسکه خط})=p(\text{سکه خط})\,p(\text{تاس ٦ بیاید})=\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$

۵۷-گزینه ٤ صحیح است.

سود شرکت: $X$

فرض می کنیم که تعرفه بیمه $a$ باشد برای اینکه سود شرکت برابر صفر باشد باید داشته باشیم:

$$E(x)=0$$

| $x$ | $-1000000+a$ | $a$ |
|---|---|---|
| $p(X=x)$ | ۰/۰۰۱ | ۰/۹۹۹ |

$$E(x)=0/001((-1.000.000)+a)+a(0.999)=-1000+0/001a+0/999a=-1000+a=0$$
$$\Rightarrow a=1000$$

۵۸-گزینه ۲ صحیح است.

در توزیع دوجمله ای $\left(n, \frac{1}{2}\right)$ ماکسیمم احتمال اگر n زوج باشد در نقطه $\frac{n}{2}$ واگر n فرد باشد در نقاط $\frac{n-1}{2}$ و $\frac{n+1}{2}$ اتفاق می افتد حال چون ماکزیمم در نقطه $\frac{n}{2}=3$ است پس $n=6$ و داریم $p=\frac{1}{2}$

$$p(x=0)=\binom{6}{0}p^0(1-p)^6=\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{1}{64}$$

۵۹-گزینه ۲ صحیح است.

هنگامی که میانگین جامعه نرمال معلوم باشد برآورد ML واریانس جامعه:

$$s_0^2=\hat{\sigma}^2=\frac{1}{n}\sum\left(x_i-\mu\right)^2$$

است که $\frac{ns_0^2}{\sigma^2}$ دارای توزیع $\chi_n^2$ است.

هنگامی که میانگین جامعه نرمال معلوم نباشد برآوردنااریب واریانس جامعه $s^2=\frac{1}{n-1}\sum\left(x_i-\overline{x}\right)^2$ است که $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$ دارای توزیع $\chi_{n-1}^2$ است.

۶۰-گزینه ٤ صحیح است.

تقریب پوآسن

$$x \sim Bin(100, 0/01)$$

$$\lambda=np=100\times 0/01=1$$

$$p(x\le 2)=\sum_{x=0}^{2}\frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}=\frac{e^{-1}(1)^0}{0!}+\frac{e^{-1}(1)^1}{1!}+\frac{e^{-1}(1)^2}{2!}=0/9119$$

تقریب

$$\mu=np=1$$

$$\sigma^2=npq=100\times 0/01\times 0/99\simeq 1$$

$$p(x\le 2)=p(x\le 2/5)=p\left(\frac{x-1}{1}\le\frac{2/5-1}{1}\right)=p(x<1/5)=\varphi(1/5)=0/9332$$

۶۱-گزینه ۱ صحیح است.

ازآنجایی که متغیر تصادفی x همواره از y کوچکتر است پس توزیع $Min\{x,y\}=x$ هم توزیع x است.

۶۲- گزینه ٤ صحیح است.

چون توزیع نرمال استاندارد نسبت به محور y متقارن است پس

$$p(0<z<z_0)=p(0<z)-p(z>z_0)=\frac{1}{2}-0/15=0/35$$

۶۳-گزینه ۲ صحیح است.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{9}(4x-x^2) & 1\le x<4\\ \circ & o.\omega\end{cases}$$

$$P(X>2)=\int_2^{\infty}f(x)dx=\int_2^4\frac{1}{9}(4x-x^2)dx+\int_4^{\infty}\circ\,dx$$

$$=\frac{1}{9}\left(2x^2-\frac{x^3}{3}\Big|_2^4\right)=\frac{1}{9}\left(\frac{32}{3}-\frac{16}{3}\right)=\frac{16}{9\times 3}=\frac{16}{27}$$

۶۴-گزینه ۳ صحیح است.

تعداد ساعت‌های معیوب در یک کارخانه دارای متغیر تصادفی پوآسن X پارامتر $\lambda$ است آزمون دوطرفه زیر را انجام می‌دهیم:

$$\begin{cases}H_0:\lambda=5\\ H_1:\lambda\neq 5\end{cases}$$

Xرا به عنوان آماره آزمون انتخاب می‌کنیم، زیرا برآوردگشتاوری $\lambda$است.

مقدار $-P=2\left(\text{Min}\{p_{\lambda=5}(x\le 1),p_{\lambda=5}(x\ge 1)\}\right)$

$$p_{\lambda=5}(x\le 1)=p(x=0)+p(x=1)=\frac{e^{-5}5^0}{0!}+\frac{e^{-5}5^1}{1!}=6e^{-5}$$

$$p(x\ge 1)=p(x>2)=1-p(x\le 2)=1-\left(p(x=0)+p(x=1)+p(x=2)\right)=$$

$$1-\left(e^{-5}+5e^{-5}+\frac{e^{-5}(5)^2}{2!}\right)=1-18/5e^{-5}$$

مقدار$-p=2\left(\text{Min}\{6e^{-5},1-18/5e^{-5}\}\right)=2\times 6e^{-5}=12e^{-5}=0/08$

چون $p-\text{value}$از مقدار $0/05$بزرگتر است پس $H_0$ پذیرفته می‌شود.

۶۵-گزینه ۱ صحیح است.

باتوجه به متن سوال واریانس جامعه معلوم و برابر ۲ است پس داریم:

$$t=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}=\frac{3-4}{\sqrt{\frac{3}{4}+\frac{3}{6}}}=\frac{-1}{\sqrt{\frac{3}{2}}}=\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

۶۶-گزینه ۳ صحیح است.

طبق لم نیمن پیرسون داریم:

$$\varphi(x)=\begin{cases}0 & \lambda=\dfrac{f_{p=0/1}(x)}{f_{p=0/05}(x)}<c\\ r & \lambda=c\\ 1 & \lambda>c\end{cases}$$

$$\frac{f_{p=0/1}(x)}{f_{p=0/05}(x)}=\frac{(0/1)(0/9)^x}{(0/05)(0/95)^x}=2\left(\frac{90}{95}\right)^x>k\Rightarrow x<c$$

$$\Rightarrow \varphi(x)=\begin{cases}1 & x<[c]\\ r & x=[c]\\ 0 & x>[c]\end{cases}$$

حال باید در سطح $\alpha=0/1$ حساب کنیم c و r را

$$p_{H_0}(x<2)=0/0975\Rightarrow c=2$$

$$p(x=2)=0/045$$

$$r=\frac{0/1-0/0975}{0/045}\simeq 0/055$$

$$\Rightarrow \varphi(x)=\begin{cases}1 & x<2\\ 0/055 & x=2\\ 0 & x>2\end{cases}$$

٦٧-گزینه ٢ صحیح است.

اگر فاصله نقطه جدید تا خط رگرسیون برابر $e_{11}$ باشد داریم:

براساس ١٠ نقطه $SSE=\sum_{i=1}^{10}e_i^2$

براساس ١١ نقطه $SSE=\sum_{i=1}^{11}e_i^2=\sum_{i=1}^{10}e_i^2+e_{11}^2>\sum_{i=1}^{10}e_i^2=SSE$ براساس ١٠ نقطه

٦٨-گزینه ٤ صحیح است.

$$MLE(\sigma^2)=\frac{1}{n}\sum(x_i-\mu)^2=\frac{1}{4}\left((4-3)^2+(2-3)^2+(1-3)^2+(1-3)^2\right)=\frac{10}{4}$$

$$MLE(\sigma)=\sqrt{MLE(\sigma^2)}=\sqrt{\frac{10}{4}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$$

٦٩-گزینه ١ صحیح است.

فاصله اطمینان : $\left(\bar{x}-1/96\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+1/96\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\right)\Rightarrow L=2(1/96)\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

طول فاصله اطمینان جدید $L'=\frac{L}{2}\Rightarrow 2(1/96)\frac{\sigma}{\sqrt{n'}}=2(1/96)\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\times\frac{1}{2}\Rightarrow\sqrt{n'}=2\sqrt{n}$

$$\Rightarrow n'=4n$$

پس باید تعداد نمونه را ٤ برابر کنیم.

۷۰-گزینه ۲ صحیح است.

$$\frac{\sqrt{n}\left(\bar{x}-\mu\right)}{\sigma}=\frac{\sqrt{100}\left(\bar{x}-\mu\right)}{2}=5\left(\bar{x}-\mu\right)\sim N(0,1)$$

$$p\left(\bar{x}-1\leq\mu\leq\bar{x}+1\right)=p\left(\left|\bar{x}-\mu\right|\leq 1\right)=p\left(\left|z\right|<5\right)\simeq 1$$